

Versuch: Freier Fall

Ziel: Verifikation des Fallgesetzes und Messung der Schwerebeschleunigung g

Grundlagen:

Auf einen Körper mit Masse m wirkt die Erdanziehung $F = m \cdot g$. Befindet sich der Körper anfänglich in Ruhe in der Position $h = 0$ m, so wird die Bewegung durch

$$m \frac{d^2 h(t)}{dt^2} = m \cdot g$$

beschrieben (falls h hinreichend klein bleibt). Mit obigen Anfangsbedingungen folgt (bei vernachlässigtem Luftwiderstand):

$$h(t) = \frac{1}{2} g t^2 . \quad (1)$$

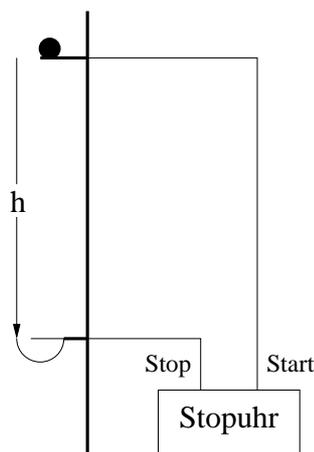
Versuchsdurchführung:

Abb. 1: Versuchsaufbau

Als Fallkörper dient eine Stahlkugel die durch eine lösbare Haltevorrichtung an einem vertikalen Maßstab gehalten wird. Unterhalb davon befindet sich im (variablen) Abstand h eine Auffangvorrichtung. Halterung und Auffänger sind mit elektrischen Kontakten versehen, die als Start- und Stoppimpuls für eine elektronische Stoppuhr dienen. Für verschiedene h wurde die Fallzeit t jeweils mehrfach gemessen. Für die Unsicherheit in der Fallzeit Δt wurde der mittlere Fehler σ_t / \sqrt{n} aus den Messwerten bestimmt (s. Anlage). Die Unsicherheit bei der Messung der Fallhöhe h wird zu $\Delta h = 1$ mm abgeschätzt.

h [cm]	t [ms]	Δt [ms]	h [cm]	t [ms]	Δt [ms]
20.0	203.4	0.2	70.0	379.2	0.2
25.0	227.8	0.4	80.0	405.8	0.1
30.0	248.5	0.3	100.0	453.4	0.2
45.0	304.7	0.2	130.0	517.3	0.5
60.0	351.5	0.2			

Tab. 1: Messergebnisse

Die folgende Abbildung zeigt das gemessene Weg-Zeit-Gesetz. Die Fehlerbalken sind kleiner als die Symbole.

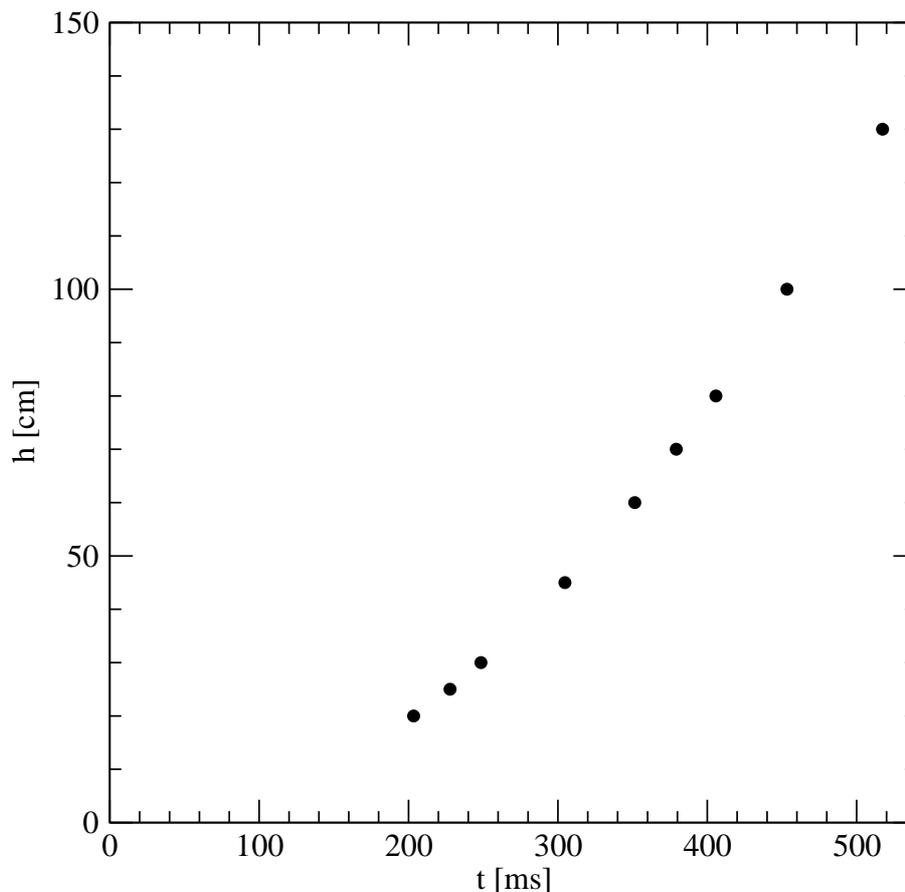


Abb.2: Weg-Zeit-Diagramm

Um den Zusammenhang $h = g/2 t^2$ zu verifizieren, wird die neue Variable $z := t^2$ eingeführt, wobei dann $\Delta z = 2t\Delta t$ ist. In dieser Darstellung entspricht das Fallgesetz einer Geraden. Die meisten Standardfitprogramme berücksichtigen nur Fehler in der Ordinaten. Für die Fehlerrechnung ist der Fehler Δz interessanter, da hier Δh konstant ist. Zweckmäßigerweise wird daher z gegen h aufgetragen, so dass die zugehörige Geradengleichung die Form $z = \frac{2}{g} h$ annimmt, d.h. die Steigung ist dann $m = 2/g$. Auch hier sind die resultierenden Fehlerbalken kleiner als die Symbole.

Der lineare Verlauf der Datenpunkte bestätigt überzeugend das Fallgesetz $h \propto t^2$. Für die Datenpunkte $(h, z=t^2, \Delta z)$ wurde die Ausgleichsgerade

$$z = (0.2054 \pm 0.0002) \frac{\text{s}^2}{\text{m}} \cdot h + (0.0316 \pm 0.009) \text{s}^2$$

mittels linearer Regression bestimmt und in die Abbildung eingezeichnet. Für die Schwerebeschleunigung folgt damit

$$g \pm \Delta g = \frac{2}{m} \pm \frac{2\Delta m}{m^2} \approx (9.74 \pm 0.01) \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

Die Erdbeschleunigung hängt von der geographischen Lage ab; typische Literaturwerte liegen bei 9.81m/s^2 (zB. Eichler). Die beobachtete Abweichung ist zu groß, um mit solchen Schwankungen oder statistischen Messunsicherheiten erklärt zu werden.

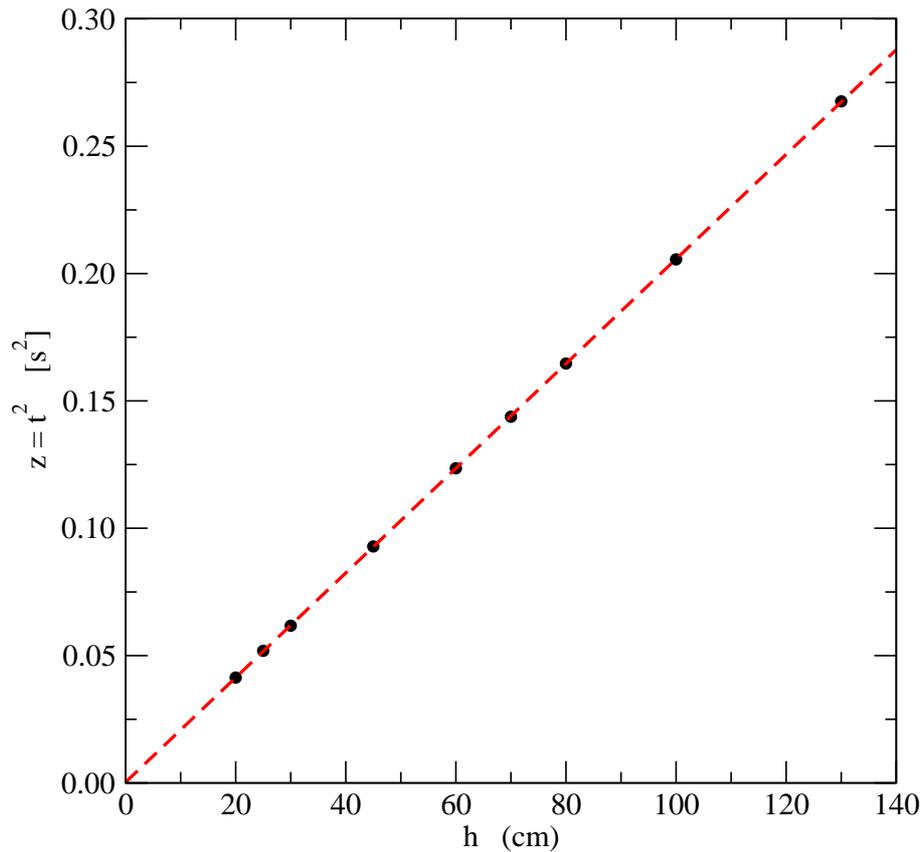


Abb. 3: Weg-Zeit-Diagramm: t^2 als Funktion von h .

Mögliche Ursachen können in systematischen Fehlern bestehen. Während sich systematische Fehler in der Bestimmung von h hauptsächlich auf den y-Achsenabschnitt auswirken, würden zu lange Fallzeiten eine Abweichung von g in der beobachteten Richtung liefern. Ein Eichfehler oder ein verspätetes Ansprechen der Stopp-Mechanik in der Größenordnung von etwa 2 ms könnten die Abweichung erklären. Zur Klärung des Sachverhalts könnten Messungen mit unterschiedlich schweren Kugeln dienen. Eine Alternative wäre die Verwendung von Lichtschranken.

Literatur:

1. U. Werner: Physikalisches Grundpraktikum I, Universität Bielefeld (2010)
2. H.J. Eichler, H.D. Kronfeld, J. Sahn: Das Neue Physikalische Grundpraktikum, §5 (Springer, 2001)

Auswertung der Messwerte mit Octave/Matlab:

```
load fall.dat
h=fall(:,1); t=fall(:,2);
dt=fall(:,3); dh=0.1*ones(9,1);

% Einheiten ms -> s, cm -> m
t=0.001*t; dt=0.001*dt; h=0.01*h; dh=0.01*dh;

% neue Variable
z=t.^2; dz = 2*t.*dt;

% nur y-Fehler ausgewertet
[m,dm,b,db] = FitLinDy(h,z,dz);
g = 2/m
dg = 2*dm/m**2
fprintf("g = (%f +- %f) m/s^2   nur dy\n\n",g,dg)
```

wobei fall.dat wie folgt aufgebaut ist:

```
20.0 203.4 0.2
70.0 379.2 0.2
...
130.0 517.3 0.5
```